

## 単元観

本単元では、中学校学習指導要領における「(2)図形の相似について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす。」ことを目標としている。

小学校における図形の学習は、操作的な活動や直観的な扱いが中心であり、観察、構成などの活動を通して、図形を構成する要素や位置関係などが扱われている。中学校数学科において、第1学年では、観察、操作や実験などの活動を通して、図形についての直観的な見方や考え方を深めることを中心としながら、論理的に考察し表現する能力を培っていく。第2学年からは、いわゆる論証によって図形の性質を調べることが取り扱われるようになる。そこで、第3学年では、第2学年に引き続き図形について数学的な推論に関する能力を伸ばし、図形について見通しをもって論理的に考察することができるようにする。

### 「一中におけるコンピテンシー」

数学的に推論することによる図形の考察の意義は、一つには既習の図形の性質を整理し、論理的に体系づけ、組み立てていくことにある。

相似な図形の性質を活用する場面においては、①問題を解決するために、与えられた図形の中に相似な三角形を見いだすなどして、既得の情報を活用することが重要である。そのままでは相似な三角形を見いだすことができない場面では、既得の情報と関連付けるにはどうすればいいのか仮説を設定し、補助線を引く等実践し、仮説通りに上手くいくか試行錯誤を繰り返し、考察・推論することが重要である。

また、②「証明」の場面では、「結論」あるいは「判断」の「根拠や証拠」を明確にする能力が必要である。

以上のことから、本単元における「一中におけるコンピテンシー」の育成に係り、①問題解決能力（真の問題解決）及び②論理的思考力の二つに重点を置き育成する。

### 「数学科」の本質

数学科の本質は、「事象を数量・図形に着目してとらえる力」を育てることである。

### ～学習内容の関連（系統性）～

小学校第5学年	小学校第6学年	中学校第1学年	中学校第2学年	中学校第3学年
・多角形，正多角形 ・三角形，四角形の合同	・線対称，点対称 ・拡大，縮小	・平面図形 ・空間図形	・図形の合同 ・三角形，四角形の証明	・図形の相似 ・円周角の定理 ・三平方の定理

## 生徒観について

平成 28 全国学力・学習状況調査において、**8**「証明の必要性と意味を理解しているかどうかをみる」設問の正答率は、**58.7%**（対全国比**-3.2P**）であった。このことから、証明により図形を論理的に考察し表現する力が不十分であると考えられる。

また、レディネステストの結果は次の通りである。

内 容	正答率
もとの図と比べて、対応する辺の長さの比や対応する角の大きさに着目して、拡大図や縮図を求めることができる。	74.4%
図の中にある合同な三角形を見つけ出すことができる。	84.3%
図の中で見つけ出した合同な三角形の根拠を、説明することができる。	61.3%

これらのことから、解き方や考え方を説明するときの手順を、根拠をあげて説明する力や、文章で理論立てて書く力が不十分であると考えられる。

### 「一中におけるコンピテンシー」

#### ①問題解決能力（真の問題解決）

平成 28 全国学力・学習状況調査 [生徒質問紙] によると、「数学の授業で問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないか考えますか」という仮説に係る質問に肯定的に回答した生徒の割合は **63.3%**（対全国比**-5.8P**）であった。また、平成 28 年度「学校評価アンケート」（7 月実施）において、「私は、授業の中で今まで学習したことと比較したり関係づけたりしながら考えています」の質問で「よくあてはまる」と回答した生徒の割合は **21.1%**であった。

これらのことから、新たに学習する事項と既習事項の共通点や相違点を比較したりすることで、仮説を設定し課題解決のために見通しを持つ力が十分ではないと考えられる。

#### ②論理的思考力

平成 28 全国学力・学習状況調査 [生徒質問紙] によると、「数学の授業で公式やきまりを習うとき、その根拠を理解するようにしていますか」という質問に肯定的に回答した生徒の割合は **68.4%**（対全国比**-1.4P**）であった。また、平成 28 年度「学校評価アンケート」（7 月実施）において、「私は、ものごとを解決したり決めたりするとき、なぜそうなるのか理由を考えています」の質問で「よくあてはまる」と回答した生徒の割合は **25.7%**であった。

これらのことから、根拠となることがらが明確にならないまま証明などを行っていることが考えられる。

## 指導観について

指導にあたっては、思考の流れを段階的に整理するために、次の流れにそって展開する。

①既習の定理をキーワードで整理させる。

②結論からさかのぼって、証明の方針を立てさせる。

- ・結論を明確にさせ、結論をいうための根拠（定理・条件）は何かを考えていき、証明全体の見通しを持たせる。

③考えた方針に基づいて証明をする。

- ・根拠を明確にさせながら、筋道を立てて考えさせる。

そのとき、自分の気づきとともに、友だちの気づきもノートに記録させる。

また、補助線の引き方によって、証明の仕方が変わることに目を向けさせ、結論を言うために必要なことは何かを意識させることが大切である。

## 「一中におけるコンピテンシー」

### ①問題解決能力（真の問題解決）

☆「すべ」（アイテム）

- 「すべ」（アイテム）に係るキーワード：**問題解決のポイント**

①問題解決のプロセス(①問題の見出し→②問題解決のための情報活用→③仮説の設定→④実践・試行→⑤考察→⑥推論・まとめ→⑦振り返り)をイメージすることができる。

②仮説の設定の場面におけるポイント(既習知識を比較・関連付けることで見通しを持つ等), 考察の場面におけるポイント(仮説と実践・試行を比較してわかることを記述する等), 推論の場面におけるポイント(考察から何が言えるか, また, 新たな疑問が生じたか等)を表現(発表・記述)することができる。

★「手立て」（サポート）

問題解決をするために必要な既習知識（定理）と問題の図を比較させることで、補助線の引き方を考えさせ、どのようにひけばよいのか仮説を設定させる。

### ②論理的思考力

☆「すべ」（アイテム）

- 「すべ」（アイテム）に係るキーワード：**結論→根拠**

明確な根拠に基づいて、筋道を立てて考えることができる。

★「手立て」

結論から考え、結論を導くために必要な根拠（定理・条件）は何かを考えさせることで証明の道すじを整理させるとともに、証明する際の思考を整理させる。

## 単元の目標

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。

### ①問題解決能力（真の問題解決）

与えられた図形の中に相似な三角形を見いだすなどして既習事項と関連付けて考えることができる。

そのままでは相似な三角形を見いだすことができない場面では、既習事項と関連させるための仮説を設定し、条件を置き換えたり、実測したり、試行錯誤することで導くことができる。

### ②論理的思考力

証明の場面で、「結論」あるいは「判断」の「根拠（定理・条件等）」を明確にすることができる。

## 指導と評価の計画

### (1) 単元の評価規準

関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
様々な事象を相似な図形の性質で捉えたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり、判断したりしようとしている。	相似な図形の性質についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	相似な図形の性質、三角形の相似条件などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなど、技能を身に付けている。	相似の意味、三角形の相似条件、平行線と線分の比についての性質、相似比と面積比及び体積比の関係などを理解し、知識を身に付けている。

(2) 単元指導計画 (全 23 時間)

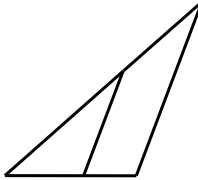
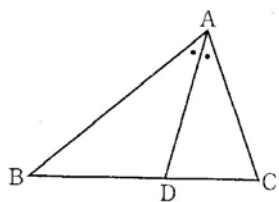
時間	学習内容	評価				「一中におけるコンピテンシー」
		関意態	見考	技能	知理	
1 2	縦拡大、横拡大などについて調べるとともに、小学校で学んだ拡大図や縮図について復習する。	○				
					○	
3	相似の位置、相似の中心、相似な図形の性質、相似比について理解する。				○	
					○	
4	相似な三角形を実際に作図することを通して、必要な条件を考え、三角形の相似条件を導き出す。		○			
					○	
5 6	三角形の相似条件を使って、いろいろなことがらを証明することができる。	○				
					○	
7 8	縮図を活用して、直接測ることが困難な長さや距離の測定ができる。 相似な図形の性質を利用し、問題を解決することができる。 ★言語活動 直接測ることができない高さや距離の求め方を説明する。			○		
					○	
9	『基本の問題』を解くことができる。		○	○		問題解決能力 (真の問題解決) 論理的思考力
					○	
10 11	三角形と平行線について成り立つ定理を導き、それを活用することができる。 ★言語活動 平行な直線を見つけ、なぜ平行であるといえるのかを三角形の相似条件を用いて説明する。			○		
					○	
12	平行線によって分割される線分の長さの比について成り立つ定理を導くことができる。		○	○		
					○	
13	与えられた図形の中に相似な三角形を見だし、線分の比や位置関係を証明することができる。(本時)		○			問題解決能力 (真の問題解決) 論理的思考力
					○	
14 15	中点連結定理を用いて、見いだした図形の性質を証明する。		○			問題解決能力 (真の問題解決) 論理的思考力
					○	
17 18	相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解する。	○				
					○	
19 20	基本的な立体の相似の意味と、相似な立体の相似比と表面積比及び体積比の関係について理解する。		○			
					○	
21	相似な立体の体積比を使って考えよう。		○			
					○	
22 23	『基本の問題』『5章のたしかめ』『とりくんでみよう』を解くことができる。		○	○		
					○	
17 18	相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解する。	○				
					○	
19 20	基本的な立体の相似の意味と、相似な立体の相似比と表面積比及び体積比の関係について理解する。		○			
					○	
21	相似な立体の体積比を使って考えよう。		○			
					○	
22 23	『基本の問題』『5章のたしかめ』『とりくんでみよう』を解くことができる。		○	○		
					○	
22 23	『基本の問題』『5章のたしかめ』『とりくんでみよう』を解くことができる。		○	○		
					○	

# 本時の学習

## (1) 本時の目標

与えられた図形の中に相似な三角形を見だし、線分の比や位置関係を証明することができる。

## (2) 本時の学習展開

学習活動	指導上の留意事項	評価規準 (評価方法) △教科 ▲「一中におけるコンピテンシー」
<b>1 既習事項の確認をする。 (5分)</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>「三角形と線分の比」の定理について発表する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>単なる復習ではなく、学習態勢に入れるよう、学習規律に留意する。 「平行」「比が等しい」というキーワードを印象づける。</li> </ul>	
<b>2 本時のめあてを確認し、問題場면을提示する。 (15分)</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>本時のめあてを書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>確実に書けているか隣同士確認させる。</li> </ul>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p>【めあて】これまで学習した定理を活用して、図形の性質を証明することができる。</p> </div>		
①問題解決能力(真の問題解決)	★「手立て」(サポート)	<p>▲①問題解決能力(真の問題解決) 問題解決のプロセスをイメージすることができる。(行動観察)</p>
☆「すべ」(アイテム)	問題解決のプロセスを意識させるために、掲示物等により確認させる発問をする。	
問題解決のプロセスをイメージすることができる。		
<ul style="list-style-type: none"> <li>問題を把握する。</li> </ul>	<p>【問題】 △ABCの∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとすると、 <math>AB : AC = BD : DC</math> であることを証明しなさい。</p>	
①問題解決能力(真の問題解決)	★「手立て」(サポート)	<p>▲問題解決能力(真の問題解決) 「三角形と線分の比」の定理を使うために、図の中にどのような条件が必要か示されている。 (行動観察・ワークシート)</p>
☆「すべ」(アイテム)	既習知識(定理)を提示し、問題の図と比較させて、どのような補助線をかければ良いのか仮説を考えさせ、作図させる。	
証明の見通しとなる仮説を設定するために、対象となる図と既習知識(定理)を比較する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>証明するための補助線の引き方、条件について考えさせる。</li> </ul>	



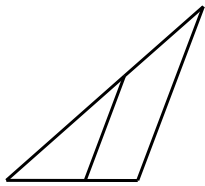
<ul style="list-style-type: none"> <li>・発表する。</li> <li>・証明をふり返り、発展的に考える。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・机間指導により、生徒の考えを把握し、交流させる。</li> <li>・根拠になる仮定（条件）や定理を示させる。</li> <li>・このほかに、補助線を引いて証明ができないか考えさせる。</li> </ul>	
<b>4 本時のまとめをする。</b>		<b>(5分)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時のめあてに対してのまとめを書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時のめあてに対するまとめを自分のことばでワークシートに記述させる。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><b>【まとめ】</b>        図の中に三角形と平行線を作れば「三角形と線分の比」の定理が使える</p> </div>	
<b>5 本時を振り返り、次時につなげる。</b>		<b>(10分)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の振り返りをワークシートに記述する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時の振り返りをコンピテンシーに係る内容について視点を与えて、ワークシートに記述させる。</li> </ul>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p><b>振り返り</b></p> <p><b>①問題解決能力（真の問題解決）に係る振り返りの問い及び、評価の観点</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <u>証明の見通しを持つために大切なことを書きましょう。</u></li> <li>・ <u>評価の観点</u></li> </ul> <p>※証明をする際、これまでに学習した定理と比較することで、仮説を設定し、見通しを持つことの重要性を記述しているか。</p> <p><b>②論理的思考力に係る振り返りの問い及び、評価の観点</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <u>補助線を引くときに大切なことを書きましょう。</u></li> <li>・ <u>評価の観点</u></li> </ul> <p>※命題を示すための根拠を明確にすることの重要性を記述しているか。</p> <p>・ <u>振り返りの例</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○証明を考えるとときは、結論からさかのぼって考え、キーワードをもとに、今までに学習した定理を使っていけばよい。</li> <li>○補助線を引くときは、証明したいことがらの根拠に何が必要かを考えればよい。</li> </ul> </div>		

(3) 板書計画

三角形と線分の比

めあて 適切な補助線を引き、図形の性質を証明することができる。

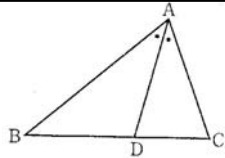
三角形と線分の比の定理



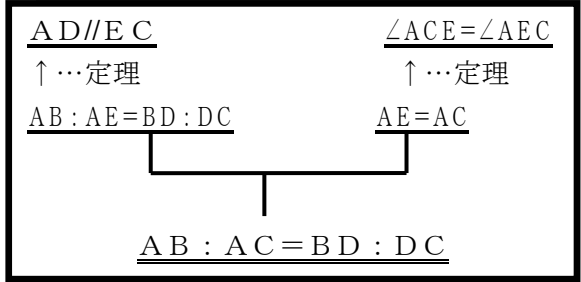
平行 ならば 比が等しい

【問題】

$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 $B$ の交点を $D$ とすると、  
 $AB : AC = BD : DC$   
 であることを証明しなさい。



証明の手順に沿って、結論を示すために何が  
 いえたらよいか



【まとめ】

図の中に三角形と平行線を作れば「三角形と線分の比」の定理が使える

Q「証明の見通しを持つために大切なことを書きましょう。」

- ・結論からさかのぼって考えればよい。
- ・今までに学んだ定理のうち、どれが使えるかを考えればよい。

Q「補助線を引くときに大切なことを書きましょう。」

- ・補助線を引くときは、証明したいことからの根拠に何が必要かを考えればよいことが分かった。